

s := sec

EL_DYN I_10b_m

Těleso o hmotnosti m_t spočívá na nakloněné rovině o úhlu β a je spojeno lanem s homogenním kotoučem tvaru válce o hmotnosti m_v a poloměrem r_v , na který je navinuto svým druhým koncem. Na počátku je soustava v klidu. Po uvolnění kotouče se těleso působením vlastní tíhy uvede do pohybu směrem dolů tak, že za čas t urazí dráhu délky L .

Určete: Součinitel smykového tření f mezi tělesem a nakloněnou rovinou. Ostatní odpory proti pohybu a hmotnost lana zanedbejte.

$m_t := 10 \cdot \text{kg}$

$\beta := 30 \cdot \text{deg}$

$m_v := 2 \cdot \text{kg}$

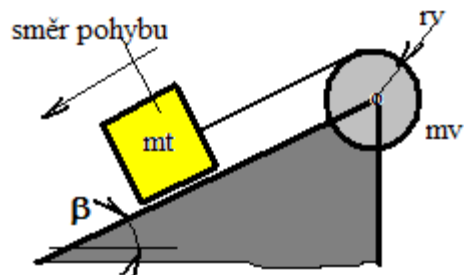
$L := 2 \cdot \text{m}$

$r_v := 0.2 \cdot \text{m}$

$t := 3 \cdot \text{sec}$

Výsledek:

$f = 0.52$



$$L := \blacksquare$$

$$\alpha := \beta$$

$$m \cdot \int_{0 \cdot \text{sec}}^v 1 \, dv = m \cdot g \cdot \left(\sin(\alpha) - f \cdot \cos(\alpha) \right) \cdot t \quad a_M := \frac{a_S}{r} \cdot (R - r) \quad a_M = \blacksquare$$

$$m \cdot v = m \cdot g \cdot (\sin(\alpha) - f \cdot \cos(\alpha)) \cdot t$$

Pohybové rovnice = vzhlédneme k tomu, že neznáme směr pohybu, volíme předpoklad pohybu rotujícího válce směrem dolů a pro něj sestavíme pohybové rovnice. V případě, že zrychlení vyjde záporné, byl náš předpoklad chybný a musíme provést nové sestavení pohybových rovnic.

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot (\sin(\alpha) - f \cdot \cos(\alpha))$$

pro rotující válec

$$I_S \cdot \alpha = S_1 \cdot r - S_2 \cdot R - m \cdot g \cdot (\sin(\alpha) - f \cdot \cos(\alpha)) \cdot \frac{t^2}{2}$$

časová závislost zavěšené na lanku

$$m_2 \cdot a_2 = S_2 - m_2 \cdot g \cdot \sin(\alpha)$$

$$\alpha = \frac{a}{r} \quad t^2 \cdot a_2 = \alpha \cdot (R - r) = \frac{a}{r} \cdot (R - r) \quad f = \blacksquare$$

$$S2 = m \cdot r^2 \cdot \ddot{\alpha} = m \cdot r^2 \cdot \left[\frac{a}{R-r} + \frac{1}{2} \cdot \ddot{\alpha} \right]$$

z rovnice $\sin(\alpha)$ $f = \dots$

$$S1 = G + S2 - m \cdot a = m \cdot g + m \cdot 2 \cdot \left[\frac{a}{r} \cdot (R-r) + g \right] - m \cdot a$$

2) Výpočet metodou uvolňování

$$S1 = \frac{I \cdot \ddot{\alpha}}{r} + S2 \cdot R = I \cdot \frac{a}{r} + m \cdot 2 \cdot \left[\frac{a}{r} \cdot (R-r) + g \right] \cdot R$$

z toho vyplývá, že $Nr := m \cdot g \cdot \cos(\alpha)$
 $Nr = 84.928 \text{ kg m sec}^{-2}$

$$a := \frac{g \cdot \left(m \cdot r - m \cdot 2 \cdot \frac{R-r}{r} \right)}{m \cdot r + \frac{1}{2} \cdot m \cdot r} \cdot \sin(\alpha) = (-S1 - Nr \cdot f) + m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$$

Uvolnění bubnu $a = \dots$

$$m \cdot r^2 \cdot \ddot{\alpha} = S1 \cdot r \cdot \frac{R-r}{r} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot r \cdot \ddot{\alpha} \cdot \frac{R-r}{r}$$

z toho vyplývá, že $S1 = I \cdot \frac{\varepsilon}{r} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r \cdot \ddot{\alpha} \cdot \frac{R-r}{r}$
 Vyjde-li zrychlení kladné, je nám zavedený předpoklad pohybu správný

$$S2 := m \cdot 2 \cdot \left(m \cdot a x = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v \cdot a x - m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot f \right) S2 = \dots \sin(\alpha)$$

$$I_p := I_s + a x \cdot \left(m \cdot r + \frac{1}{2} \cdot m \cdot r \right) I_p = \dots \sin(\alpha) - f \cdot \cos(\alpha)$$

$$I_p \cdot \alpha = m \cdot g \cdot r - S2 \cdot (R-r) \quad K := \frac{m \cdot (g \cdot s)}{m \cdot r + \frac{1}{2} \cdot m \cdot r} \quad S2 = \frac{-I_p \cdot \alpha + m \cdot g \cdot r}{R-r}$$

Konstanta zavedena pro zjednodušení

$$m \cdot 2 \cdot \alpha \cdot (R-r) = \frac{-I_p \cdot \alpha + m \cdot g \cdot r}{R-r} - \int_{v_0}^v 1 \, dv = \int_{t_0}^t K \, dt$$

$$\alpha := \frac{\left[\frac{-1}{m \cdot 2} \cdot m \cdot g \cdot r + m \cdot 2 \cdot g \right]}{m \cdot 2} S(t) = \int_{t_0}^t v(t) \, dt = \frac{K}{2} \cdot t^2$$

$\alpha = \dots$
po dosazení zadaných hodnot

$$a := \alpha \cdot r \quad f := 0.01 \quad a = \dots$$

$$S2 := \frac{-I_p}{m \cdot r + \frac{1}{2} \cdot m \cdot r} \cdot t^2$$

$V := \text{Find}(f)$ $V = \dots$ po osamostatnění

$$f := \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(m \cdot r + \frac{1}{2} \cdot m \cdot r \right)}{m \cdot r} - g \cdot \sin(\alpha)$$

$f = \dots$

$$f := 0.05$$

$$r_v := 0.1 \cdot m \quad \beta := 50 \cdot \text{deg} \quad f := 0.1$$

$$mv := 2 \cdot \text{kg}$$

$$l := 5 \cdot \text{m}$$

$$t := 2 \cdot \text{sec}$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$a := 2 \cdot \frac{l}{t^2}$$

$$a = 2.5 \text{ m sec}^{-2}$$

$$I := \frac{1}{2} \cdot mv \cdot rv^2$$

$$I = 0.01 \text{ kg m}^2$$

$$mt \cdot a = mt \cdot g \cdot \sin(\alpha) - S + mt \cdot g \cdot \cos(\beta) \cdot f$$

$$I \cdot \frac{a}{rv} = S \cdot rv$$

$$S = I \cdot \frac{a}{rv^2}$$

$$S := I \cdot \frac{a}{rv^2}$$

$$S = 2.5 \text{ kg m sec}^{-2}$$

$$mt \cdot a = mt \cdot g \cdot \sin(\beta) - S - mt \cdot g \cdot \cos(\beta) \cdot f$$

$$mt := \frac{-S}{a - g \cdot \sin(\beta) + g \cdot \cos(\beta) \cdot f}$$

$$mt = 0.571 \text{ kg}$$

$$mt = 0.571 \text{ kg}$$